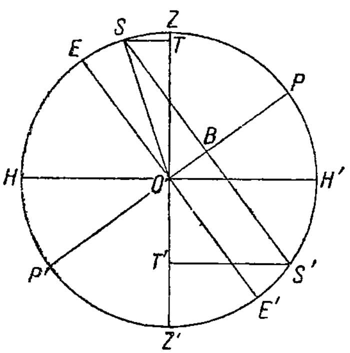
Прежде чем расстаться с этим автором, заметим еще, что он знал также следующую планиметрическую теорему: всякая точка окружности круга, катящегося внутри круга с двойным радиусом, описывает диаметр этого второго круга.

Различные тригонометрические исследования, как необходимые для составления таблиц, так и нужные для решения треугольников, требовали известных тригонометрических преобразований и решения известных уравнений. Мы намекнули выше на одно из них, бывшее известным уже Птолемею, но мы можем привести еще преобразование, выражаемое в настоящее время формулой:

$$\cos\varphi\cos\delta = \frac{1}{2}\left[\cos(\varphi-\delta)+\cos(\varphi+\delta)\right],$$

которой пользуются, чтобы сделать логарифмической сумму двух косинусов. В те времена ею пользовались, наоборот, для замены слишком трудного действия умножения операцией сложения, а впоследствии приложение ее обобщили в Европе в том же духе.



Фиг. 30.

Однако ни эти формулы, ни формулы, служившие для решения треугольников, не выражались посредством символов. Даже у арабов вся вообще математика продолжала еще облекаться в геометрическую форму; тем более это относилось к задачам, имевшим дело с величинами геометрического происхождения. Впрочем, это не представляло таких трудностей, как это может казаться нам, избалованным употреблением формул. В этом легко убедиться хотя бы по прилагаемому рисунку (фиг. 30), которым пользовался в X в. египетский астроном ибн Джунос (Ibn Jounos) в своих так называемых *гакимитских* астрономических таблицах для доказательства вышеприведенной формулы о произведении косинусов. Как и в рассмотренной выше „Аналемме" Птолемея, чертеж берется в плоскости меридиана: HH' — линия пересечения с горизонтом, EE' — с экватором, SS' — с плоскостью, в которой движется в течение одного дня светило, Z есть зенит, Z' — надир, P — полюс мира. $H'P = ZE = Z'E' = \varphi$ дает высоту полюса, а $ES = E'S' = \delta$ — склонение светила, $ZS = \varphi - \delta$ и $Z'S' = \varphi + \delta$. В таком случае проекция SS' на вертикаль ZZ' будет:

$$\cos\frac{1}{2}(\varphi-\delta)+\cos\frac{1}{2}(\varphi+\delta).$$

Но так как $SB = \cos\delta$, а SB образует с вертикалью угол φ, то проекция эта, с другой стороны, равна $2\cos\delta\cos\varphi$. Для удобства современного читателя мы приняли радиус круга равным единице.